Prof. Dr. Alfred Toth

Ortsfunktionale Arithmetik in der Form von zyklischen CA

1. Ortsfunktionale Zahlen werden bekanntlich (vgl. Toth 2016) nicht nur linear, wie die Peanozahlen, sondern auch vertikal und diagonal gezählt. D.h., daß jede ortsfunktionale Zahl der allgemeinen Form

$P = f(\omega)$

2-dimensional ist. Wir können also zwischen adjazenter, subjazenter und transjazenter Zählweise unterscheiden.

1.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
x_i & \rightleftarrows & y_j & & y_j & \rightleftarrows & x_i & & y_i & \rightleftarrows & x_j & & x_j & \rightleftarrows & y_i \\
 & & & \times & & & & \times & & & & \times & & & \\
\varnothing_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & & \varnothing_i & \rightleftarrows & \varnothing_j & & \varnothing_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & & \varnothing_i & \rightleftarrows & \varnothing_j \\
 & & & & & & & \times & & & & & & & \\
\varnothing_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & & \varnothing_i & \rightleftarrows & \varnothing_j & & \varnothing_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & & \varnothing_i & \rightleftarrows & \varnothing_j \\
 & & & \times & & & & \times & & & & \times & & & \\
x_i & \rightleftarrows & y_j & & y_j & \rightleftarrows & x_i & & y_i & \rightleftarrows & x_j & & x_j & \rightleftarrows & y_i
\end{array}$$

1.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
x_i & \rightleftarrows & \varnothing_j & & \varnothing_j & \rightleftarrows & x_i & & \varnothing_i & \rightleftarrows & x_j & & x_j & \rightleftarrows & \varnothing_i \\
 & & & \times & & & & \times & & & & \times & & & \\
y_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & & \varnothing_i & \rightleftarrows & y_j & & \varnothing_j & \rightleftarrows & y_i & & y_i & \rightleftarrows & \varnothing_j \\
 & \times & & & & & & \times & & & & & & & \\
y_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & & \varnothing_i & \rightleftarrows & y_j & & \varnothing_j & \rightleftarrows & y_i & & y_i & \rightleftarrows & \varnothing_j \\
 & & & \times & & & & \times & & & & \times & & & \\
x_i & \rightleftarrows & \varnothing_j & & \varnothing_j & \rightleftarrows & x_i & & \varnothing_i & \rightleftarrows & x_j & & x_j & \rightleftarrows & \varnothing_i
\end{array}$$

1.3. Transjazente Zählweise

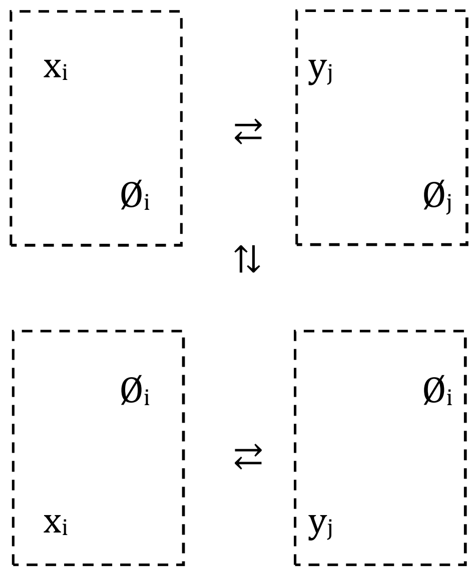
$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
x_i & \rightleftarrows & \varnothing_j & & \varnothing_j & \rightleftarrows & x_i & & \varnothing_i & \rightleftarrows & x_j & & x_j & \rightleftarrows & \varnothing_i \\
 & & & \times & & & & \times & & & & \times & & & \\
\varnothing_j & \rightleftarrows & y_i & & y_i & \rightleftarrows & \varnothing_j & & y_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & & \varnothing_i & \rightleftarrows & y_j \\
 & & & & & & & \times & & & & & & & \\
\varnothing_j & \rightleftarrows & y_i & & y_i & \rightleftarrows & \varnothing_j & & y_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & & \varnothing_i & \rightleftarrows & y_j \\
 & & & \times & & & & \times & & & & \times & & & \\
x_i & \rightleftarrows & \varnothing_j & & \varnothing_j & \rightleftarrows & x_i & & \varnothing_i & \rightleftarrows & x_j & & x_j & \rightleftarrows & \varnothing_i
\end{array}$$

2. Wie man leicht erkennt, sind alle drei 2-dimensionalen Zählschemata paarweise dual und damit innerhalb der Menge aller 4 mal 2 = 8 Paare chiastisch. D.h. jedes Paar von Paaren von Zählschemata beschreibt eine zyklische Permutation der beiden Werte und der Leerstellen, wobei zwischen beiden Austauschrelationen stattfinden.

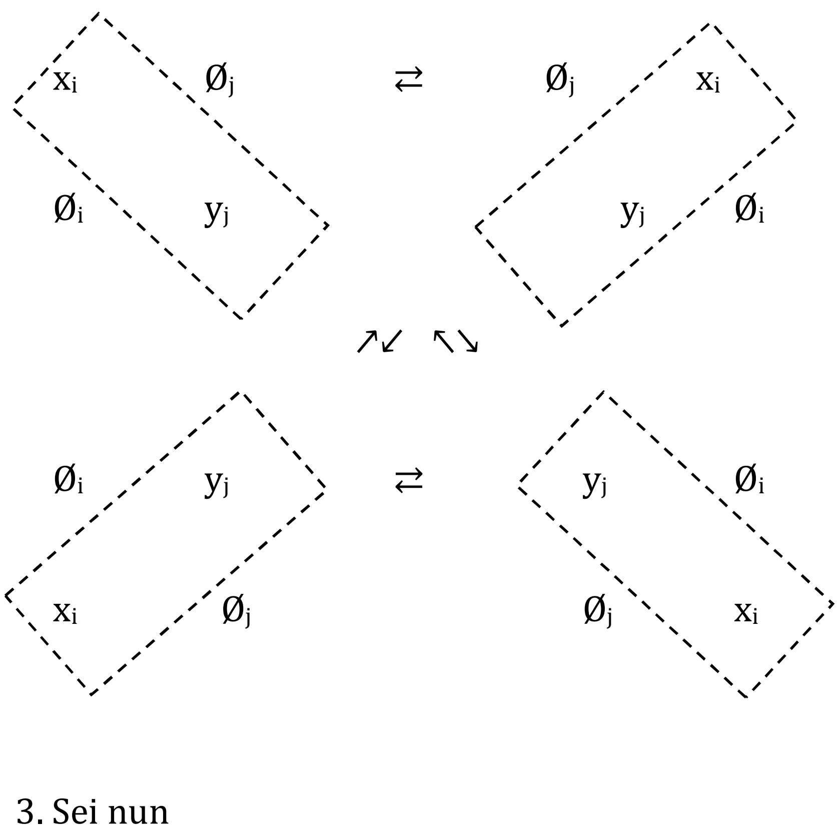
2.1. Horizontale Austauschrelationen

$$\begin{array}{cc}
\boxed{x_i \rightleftarrows y_j} & \boxed{y_j \rightleftarrows x_i} \\
\boxed{\varnothing_j \rightleftarrows \varnothing_i} & \boxed{\varnothing_i \rightleftarrows \varnothing_j}
\end{array}$$

2.2. Vertikale Austauschrelationen



2.3. Diagonale Austauschrelationen



3. Sei nun

$\square := Ø$

$\blacksquare$:= x

${\color{red}\blacksquare}$:= y,

dann können wir die Zahlenschemata der drei Zählweisen wie folgt in der Form von zyklischen CA darstellen.

3.1. Adjazente zyklische CA

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
\blacksquare_i & \rightarrow & {\color{red}\blacksquare}_j & \rightleftarrows & {\color{red}\blacksquare}_j & \leftarrow & \blacksquare_i & \rightleftarrows & {\color{red}\blacksquare}_i & \rightarrow & \blacksquare_j & \rightleftarrows & \blacksquare_j & \leftarrow & {\color{red}\blacksquare}_i \\
\\
\square_j & \leftarrow & \square_i & \rightleftarrows & \square_i & \rightarrow & \square_j & \rightleftarrows & \square_j & \leftarrow & \square_i & \rightleftarrows & \square_i & \rightarrow & \square_j \\
\\
\square_j & \leftarrow & \square_i & \rightleftarrows & \square_i & \rightarrow & \square_j & \rightleftarrows & \square_j & \leftarrow & \square_i & \rightleftarrows & \square_i & \rightarrow & \square_j \\
\\
\blacksquare_i & \rightarrow & {\color{red}\blacksquare}_j & \rightleftarrows & {\color{red}\blacksquare}_j & \leftarrow & \blacksquare_i & \rightleftarrows & {\color{red}\blacksquare}_i & \rightarrow & \blacksquare_j & \rightleftarrows & \blacksquare_j & \leftarrow & {\color{red}\blacksquare}_i
\end{array}$$

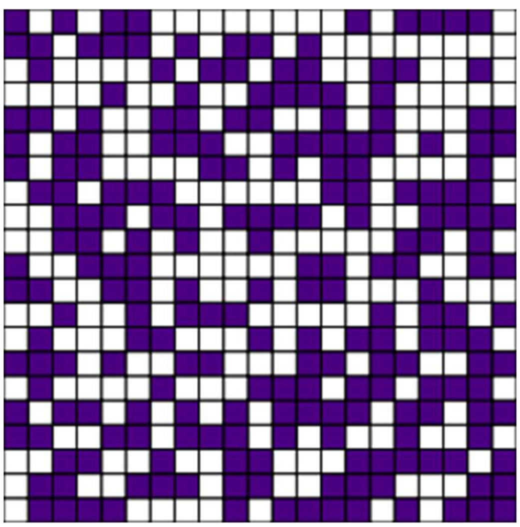
3.2. Subjazente zyklische CA

$$\begin{array}{cccccccccccccc}
\blacksquare_i & & \square_j & & \square_j & & \blacksquare_i & & \square_i & & \blacksquare_j & & \blacksquare_j & & \square_i \\
\downarrow & & \uparrow & & \uparrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
{\color{red}\blacksquare}_j & \rightleftarrows & \square_i & & \square_i & & {\color{red}\blacksquare}_j & & \square_j & & {\color{red}\blacksquare}_i & & {\color{red}\blacksquare}_i & & \square_j \\
\uparrow\downarrow & & \uparrow\downarrow & & \uparrow\downarrow & & \uparrow\downarrow & & \uparrow\downarrow & & \uparrow\downarrow & & \uparrow\downarrow & & \uparrow\downarrow \\
{\color{red}\blacksquare}_j & & \square_i & & \square_i & & {\color{red}\blacksquare}_j & & \square_j & & {\color{red}\blacksquare}_i & & {\color{red}\blacksquare}_i & & \square_j \\
\uparrow & & \downarrow & & \downarrow & & \uparrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
\blacksquare_i & \rightleftarrows & \square_j & & \square_j & \rightleftarrows & \blacksquare_i & & \square_i & \rightleftarrows & \blacksquare_j & & \blacksquare_j & \rightleftarrows & \square_i
\end{array}$$

3.3. Transjazente zyklische CA

■$_i$	□$_j$	□$_j$	■$_i$	□$_i$	■$_j$	■$_j$	□$_i$
↓	↑	↑	↓	↓	↑	↑	↓
□$_j$	■$_i$	■$_i$	□$_j$	■$_j$	□$_i$	□$_i$	■$_j$
⇵	⇵	⇵	⇵	⇵	⇵	⇵	⇵
□$_j$	■$_i$	■$_i$	□$_j$	■$_j$	□$_i$	□$_i$	■$_j$
↑	↓	↓	↓	↑	↓	↓	↑
■$_i$	□$_j$	□$_j$	■$_i$	□$_i$ ⇄	■$_j$	■$_j$ ⇄	□$_i$

Als ein Beispiel der Kombination aller drei ortsfunktionalen CA stehe das folgende CA-Modell nach dem „Game of Life“ von Conway (1970).



Literatur

Toth, Alfred, Ontische Homöostase qualitativer mengentheoretischer Kontinua. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

22.1.2018